# Билет 12. Пространственные спектры изображений

**2.1 Модели непрерывных изображений**

Компьютерная обработка изображений возможна после преобразования сигнала изображения из непрерывной формы в цифровую форму. Эффективность обработки зависит от адекватности модели, описывающей изображение, необходимой для разработки алгоритмов обработки. При этом необходимо учитывать влияние передающей и приемной систем и канала связи на сигнал изображения. Модель изображения представляет систему функций, описывающих существенные характеристики изображения: функцию яркости, отражающую изменение яркости в плоскости изображения, пространственные спектры и спектральные интенсивности изображений, функции автокорреляции. Канал изображения содержит оптическую систему, оптико - электрический преобразователь, устройство аналого - цифрового преобразования (АЦП) и цифровой обработки сигналов изображения. В общем случае непрерывное изображение может быть представлено функцией пяти аргументов: трех пространственных координат, времени и длины волны электромагнитного излучения. Упрощения модели пространственно - временных сигналов в

некотором диапазоне волн

*f* ( *x, y , z ,t ,*λ)

приводят к моделям

пространственно - временного сигнала

*f* ( *x, y , z ,t* ) , пространственного

сигнала

*f* ( *x, y , z*) , временного сигнала

*f* (*t* ) . Здесь

*x, y , z* -

пространственные координаты, *t* - время, λ - длина волны электромагнитного излучения.

**2.2 Пространственные спектры изображений**

При обработке изображений широко используется анализ спектров изображений. Спектр изображения получают прямым двумерным преобразованием Фурье функции, описывающей изображение [12]:

∞ ∞

*F* (ω *x ,*ω *y* ) =

∫ ∫

−∞ −∞

*f* ( *x, y*)exp(−*i*(ω *x x* + ω *y y*))*dxdy* , (2.1)

где

ω *x* , ω *y* - пространственные частоты; *i* =

− 1 , мнимая единица.

Функция

exp(−*i*(ω *x x* + ω *y y*))

при фиксированных значениях

пространственных частот описывает плоскую волну в плоскости изображения (*x, y* ) (в соответствии с рисунком 2.1).

Формула (2.1) связывает вещественную функцию, описывающую

яркость изображения

*f* (*x*, *y* )

с комплексной функцией частоты – спектром

изображения

*F* (ω *x ,*ω *y* ) :

∞ ∞

*F* (ω *x ,*ω *y* ) =

∫ ∫ *f* (*x, y*)cos(ω *x x* + ω *y y*)*dxdy* +

−∞ −∞

, (2.2)

∞ ∞

+ *i* ∫ ∫ (− *f* (*x, y*))sin(ω *x x* + ω *y y*)*dxdy* = *Re*(ω *x ,*ω *y* ) + *i Im*(ω *x ,*ω *y* )

−∞ −∞

где

*Re*(ω *x ,*ω *y* ) - реальная часть спектра;

*Im*(ω *x ,*ω *y* ) - мнимая часть

спектра.

y

2π */* ω *y*

λ

x

2π */* ω*x*

Рисунок 2.1 Определение пространственных частот изображения.

Амплитуда и фаза спектра определяются по формулам (2.3) и (2.4)

соответственно:

F (ω*x ,*ω *y* ) =

*Re*(щ*x ,*щ*y* )2

+ *Im*(щ*x ,*щ*y* )2

, (2.3)

ϕ(щ*x ,*щ*y* ) = arctg( *Im*(щ*x ,*щ*y* ) */ Re*(щ*x ,*щ*y* )) .

Из (2.3)

*F* (ω

*x*

*,*ω *y*

) = F (щ*x* , щ*y* ) exp(*i* ϕ(ω*x ,*ω *y* ) ). (2.4)

Обратное преобразование Фурье позволяет восстановить изображение по его спектру:

*f* ( *x, y*) = (1 */* 4π2 )

∞

∫ ∫ *F* (ω*x ,*ωy )exp(*i*(ω*x x* + ω *y y*))*d*ω*x d*ω *y* . (2.5)

−∞

**2.3 Спектральные интенсивности изображений**

Спектральная интенсивность изображения характеризует распределение энергии по пространственным частотам. Она определяется как квадрат модуля спектра изображения:

S (ω*x ,*ω *y* ) = *Re*(ω*x ,*ω *y* )2 + *Im*(ω*x ,*ω *y* )2 =F 2 (ω *x ,* ω *y* ) . (2.6) Для ее названия используются термины спектральная плотность и энергетический спектр.

Энергия изображения определяется как интеграл энергетического спектра по пространственным частотам. В соответствии с теоремой Парсеваля энергия изображения может быть вычислена в соответствии с (2.7):

∞ ∞ 2

∞ ∞ 2

∫ ∫ *f*

− ∞ − ∞

( *x,y*)*dxdy* =

∫ ∫ *F* (ω*x ,*ω *y* )

− ∞ − ∞

*d*ω*x d*ω *y* . (2.7)

**2.4 Вероятностные модели изображений и функции автокорреляции**

Вероятностные модели изображений широко используются для описания изображений. Изображение в этом случае рассматривается как случайная функция пространственных координат (*x,y*) и времени *t*. Случайный процесс называется *стационарным в широком смысле*, если он имеет постоянные значения математического ожидания и дисперсии, а его автокорреляционная функция зависит не от координат, а от их разностей (сдвига). Случайный процесс называется *стационарным в узком смысле*, если его *n*-мерная плотность распределения вероятностей инвариантна к сдвигу. В этом случае не зависят от времени и моменты более высокого порядка, в частности, асимметрия и эксцесс. Случайный процесс описывается плотностью вероятности распределения яркости в изображении по пространственным координатам для некоторого

фиксированного момента времени *t*

*p*(*x*, *y* ).

В соответствии с определением математическое ожидание (среднее значение) стационарного процесса в широком смысле

∞ ∞

*Mf*= ξ =

∫ ∫

−∞ −∞

*f* ( *x, y*) *p*(*x, y* )*dxdy* =const. (2.8)

Дисперсия

∞ ∞

2

D*f*=σ 2 =*E*(*f*(*x,y*)- ξ ) 2 =

∫ ∫ ( *f* ( *x, y*) - ξ) *p*(*x, y* )*dxdy* =const. (2.9)

−∞ −∞

Функция автокорреляции вычисляется в соответствии с (2.10):

∞ ∞

*R*(τ *x ,* τ *y* ) =

∫ ∫

−∞ −∞

*f* (*x, y* ) *f* (*x* − τ *x , y* − τ *y* )*dxdy* , (2.10)

где

τ *x* , τ *y*

задают сдвиги изображения по соответствующим осям

координат.

Для действительной функции *f* автокорреляционная функция является действительной и четной.

Спектр двумерной автокорреляционной функции изображения

(прямое преобразование Фурье автокорреляционной функции) равен энергетическому спектру изображения (спектральной плотности

мощности) по определению:

∞ ∞

*S* (ω *x ,* ω *y* ) =

∫ ∫ *R*(τ *x ,* τ *y* )exp(− *i*(ω *x* τ *x*

−∞ −∞

+ ω *y* τ *y*  ) *d*τ *x d*τ *y* . (2.11)

Стационарный случайный процесс называется *эргодическим*, если любая его вероятностная характеристика может быть получена из одной реализации путем усреднения по времени. При этом среднее по времени равно среднему по ансамблю реализаций. Свойство эргодичности используется при оценке вероятностных характеристик изображений.

**2.5 Критерии качества изображений**

Качество изображения может определяться статистическими, спектральными, яркостными характеристиками изображения. В большинстве практических применений качество рассматривается как мера близости двух изображений: реального и идеального или преобразованного и исходного. При таком подходе можно оценивать как субъективную степень похожести изображений, так и получать объективные оценки параметров сигналов изображения: моменты первого и второго порядка разностного сигнала сравниваемых изображений, такие параметры преобразования как отношение С/Ш, коэффициенты сжатия информации и другие.

Субъективные критерии - это критерии визуального восприятия,

оцениваемые в процессе экспертизы некоторой группой наблюдателей

(экспертов). Наибольшее распространение получил метод оценок, при котором наблюдатель оценивает качество изображения в баллах по определенной шкале, считая, что идеальное изображение имеет максимальный балл. Этот метод позволяет оценить такие характеристики изображения как правильность цветопередачи, координатные искажения, чистоту переходов и др. Основные шкалы оценок при использовании метода сравнения приведены в таблице 2.1 [13].

Для интерпретации полученных экспертных оценок разработаны методы их представления, например построение кумулятивных кривых распределения оценок как функции от искажений. Средняя оценка определяется по формуле

*r*

*g*ср

= (1 / *N* )∑ *ini* ,

*i* =1

где *N*-общее число оценок,

*ni* - число оценок равных *i* баллам, *r* -

количество видов разных оценок.

Нормализованные оценки *p* выражают относительное качество в

диапазоне [0,1]. При пятибалльной системе, когда

*p* = ( *g* − 1) */* 4 ,

*g* ∈ [1,5]:

а средняя оценка вычисляется в соответствии с формулой:

*p*ср

= (*n*5 + 0,75*n*4 + 0,5*n*3 + 0,25*n*2 ) / *N* .

Таблица 2.1 Основные шкалы субъективных оценок качества изображения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Норма-  лизован ная | Пятибалльная шкала | | Семибалльная  шкала ухудшения |
| Шкала качества | Шкала ухудшения |
| 1 | 5 (отлично) | 5 (незаметно) | 1 (незаметно) |
| 0,875 | - | - | 2 (едва заметно) |
| 0,75 | 4 (хорошо) | 4 (заметно, но не  мешает) | 3 (заметно, но лишь  слегка ухудшает) |
| 0,625 | - | - | 4 (ухудшает, но не  мешает) |
| 0,5 | 3 (удовлетворительно) | 3 (заметно, немного  мешает) | 5 (несколько  мешает) |
| 0,25 | 2 (плохо) | 2 (мешает) | 6 (определенно  мешает) |
| 0 | 1 (очень плохо) | 1 (сильно мешает) | 7 (крайне мешает) |

Единицей ухудшения качества телевизионных (ТВ) изображений является имп (от *impairment* –ухудшение, повреждение). Эта единица введена Проссером, Аллнаттом и Льюисом в 1964 г. и используется МККР (Международным консультативным комитетом по радиосвязи (*CCIR*)). Ухудшение обратно пропорционально нормализованной оценке качества и изменяется от ∞ до 0 при изменении *p* от 0 до 1 в соответствии с формулой:

*I* = 1 */*

*p* − 1 .

Достоинство методики оценки ухудшения состоит в том, что результирующая оценка ухудшения получается арифметическим суммированием оценок ухудшения, вызванных различными видами искажений сигналов изображения. Основываясь на психофизических свойствах наблюдателя, субъективные оценки позволяют характеризовать восприятие изображения. Интегральный критерий качества формируется по обобщенной формуле:

*M* ν

*I* ∑ = ∑ *Ii* ,

*i* =1

где *M*-число параметров, по которым оценивается качество изображения;

ν - показатель степени.

Значение показателя степени принимают равным 1, но могут быть

использованы, например, такие значения как 0,78 или 2. В настоящее время применяются и другие оценки качества изображений. При

разработке аппаратных средств специального назначения большое значение имеет оценка объективных характеристик качества преобразованного изображения.

Объективными критериями, используемыми при оценке качества изображений, являются критерии, позволяющие получить просто

вычисляемую характеристику изображения разностного сигнала. К таким критериям относится, прежде всего, среднеквадратический критерий. По

нему мерой различия двух изображений

*f* ( *x*, *y*) и

*f* пр ( *x, y*)

является

среднеквадратическое значение разностного сигнала двух изображений.

Для непрерывных изображений, заданных при *x*∈ [0*, N* ] и

*y* ∈ [0*, M* ],

среднеквадратическое отклонение (СКО) вычисляется по формуле:

*M N*

σ2 =

∫ ∫ [*f* ( *x, y*) −

0 0

*f*пр (x, y)]2*dxdy* . (2.12)

В некоторых случаях используется критерий максимальной ошибки, который в отличие от (2.12), позволяет установить значение максимальной ошибки преобразования:

ε max

= max

( *x,y*)

*f* ( *x,y*) -

*f* пр ( *x,y*) . (2.13)

**Методичка компьютерной зрение Фисенки (файл КОРИ.pdf) страницы 11 – 16.**

**Вообще информативные 11–13, но там дальше что-то связанное и про вероятностные модели изображений.**